SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





FÍSICA

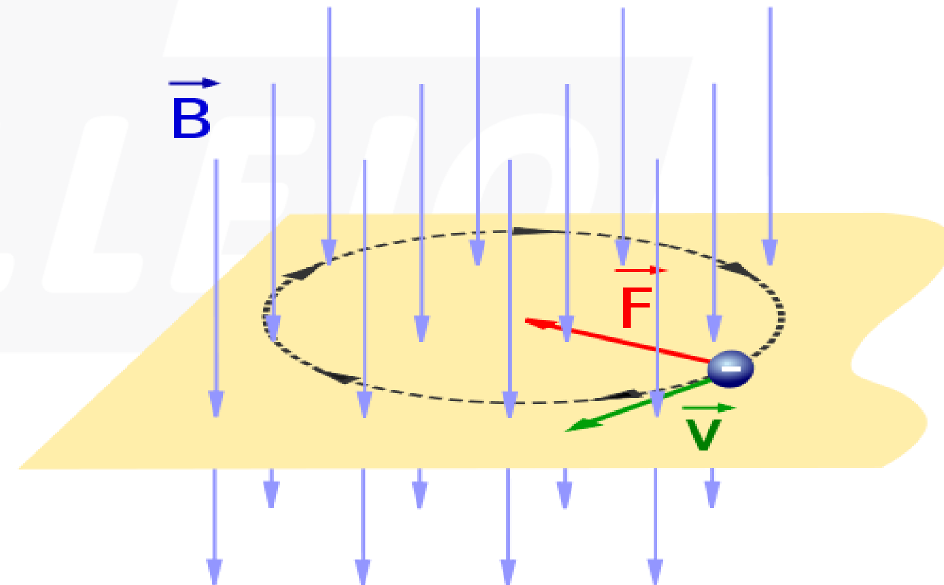
Tema: Análisis Dimensional y Vectores

academiacesarvallejo.edu.pe

Objetivos:

- Conocer los conceptos de fórmula y ecuación dimensional, así como su importancia en la correcta formulación de las ecuaciones físicas.

- Conocer las propiedades de los vectores, las reglas para las operaciones de adición y multiplicación de vectores.



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Análisis Dimensional

Estudia como se relacionan las magnitudes fundamentales con las magnitudes derivadas, es asi que desarrollaremos los conceptos de "**fórmula y ecuación dimensional**".

Si **A** es una magnitud física, su fórmula dimensional se denotará por **[A]**

La **fórmula dimensional** de las **magnitudes fundamentales** se expresa con una letra mayúscula.

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD DE MEDIDA (SI)	FÓRMULA DIMENSIONAL
longitud	metro (**m**)	L
masa	kilogramo (**kg**)	M
tiempo	segundos (**s**)	T
temperatura	kelvin (**K**)	θ
Intensidad de corriente	ampere (**A**)	I
Intensidad luminosa	candela (**cd**)	J
cantidad de sustancia	mol (**mol**)	N

Propiedades en el análisis dimensional

- ✓ $[AB] = [A][B]$
- ✓ $\left[\frac{A}{B}\right] = \frac{[A]}{[B]}$
- ✓ $[A^n] = [A]^n$

Por definición; la dimensión de un número (cantidad adimensional) es la unidad (1).

- ✓ $[\pi] = 1$
- ✓ $[sen(\alpha)] = 1 \quad \wedge \quad [\alpha] = 1$
- ✓ $[log(N)] = 1 \quad \wedge \quad [N] = 1$
- ✓ $[e^{kt}] = 1 \quad \wedge \quad [kt] = 1$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

* Para magnitudes derivadas

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD DE MEDIDA (SI)	FÓRMULA DIMENSIONAL
área	m^2	L^2
volumen	m^3	L^3
densidad	$kg\ /\ m^3$	$M\ L^{-3}$
velocidad	m/s	$L\ T^{-1}$
aceleración	$m\ /\ s^2$	$L\ T^{-2}$
fuerza	$N = kg.m\ /\ s^2$	$M\ L\ T^{-2}$
trabajo, energía	$J = kg.m^2\ /\ s^2$	$M\ L^2\ T^{-2}$
presión	$kg.m^{-1}\ /\ s^{-2}$	$M\ L^{-1}\ T^{-2}$

Principio de Homogeneidad (Principio de Fourier)

Sean las magnitudes físicas $\boldsymbol{A, B, C, D\ y\ E}$. *Donde se cumple que:* $\boldsymbol{A = B \pm C \pm DE}$

Si la ecuación física es ***dimensionalmente correcta****; entonces, se cumple:*

$$[\boldsymbol{A}] = [\boldsymbol{B}] = [\boldsymbol{C}] = [\boldsymbol{DE}]$$

Aplicación 1:

La presión *P* de un fluido sobre una pared se calcula con la siguiente formula:

$$P = \sqrt{x}v^xD^y + DaH^z$$

Si *v es rapidez*, *D* es densidad, a es aceleración, calcule x.

Resolución: **Piden x**

De la ecuación: $P = \sqrt{x}v^xD^y + DaH^z$

Del principio de homogeneidad

$$[P] = [\sqrt{x}v^xD^y] = [DaH^z]$$

$$[P] = [\sqrt{x}][v]^x[D]^y$$

$$ML^{-1}T^{-2} = 1(LT^{-1})^x(ML^{-3})^y$$

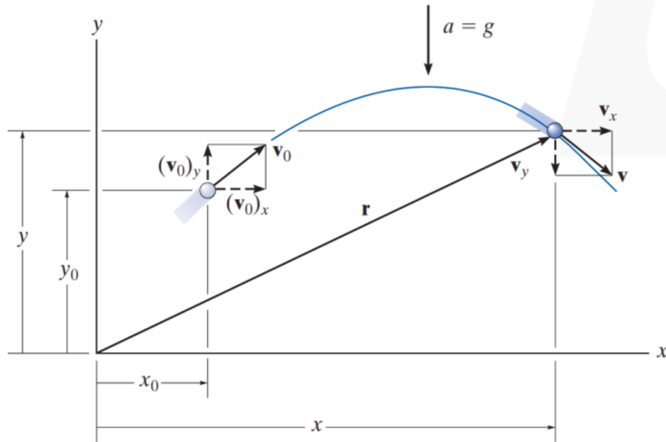
$$ML^{-1}T^{-2} = M^yL^{x-3y}T^{-x}$$

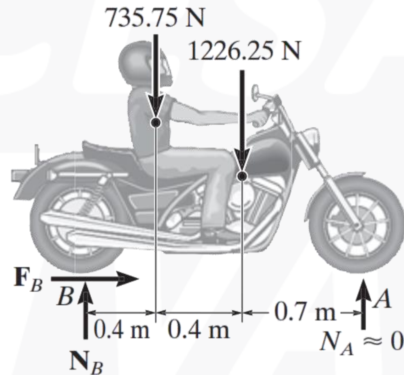
Comparando: $x = 2$

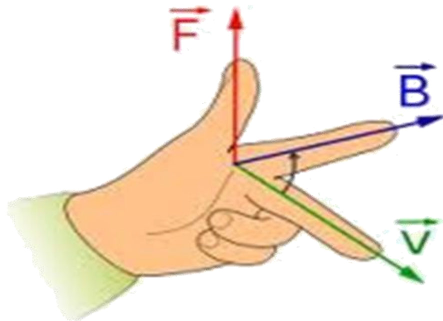
Análisis Vectorial

Un **vector** es un elemento matemático que permite representar a las magnitudes físicas vectoriales.

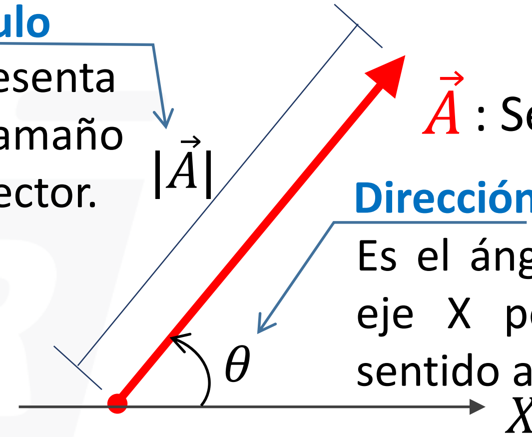
Se representa geométricamente mediante un segmento de recta orientado (flecha)



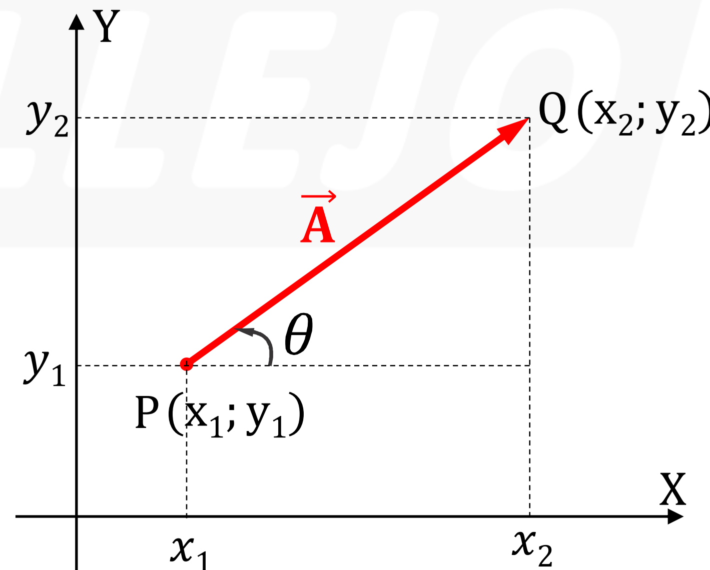




Elementos del vector



Representación



En forma cartesiana

$\vec{A} = (x_2; y_2) - (x_1; y_1)$

$$\vec{A} = (x_2 - x_1 ; y_2 - y_1)$$

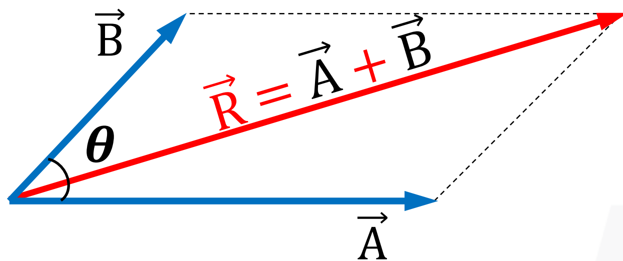
En forma polar

$$\vec{A} = (A ; \theta)$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Suma de vectores

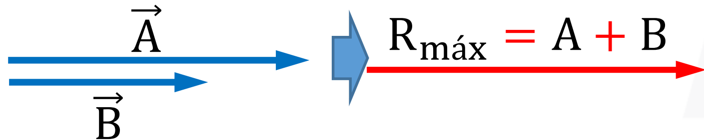
Método del paralelogramo



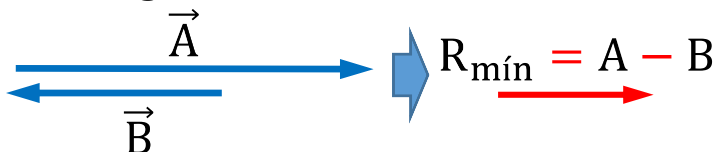
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

Casos particulares, para vectores de igual módulo:

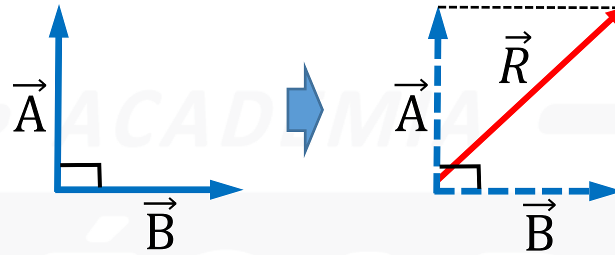
1.- Cuando los vectores forman un ángulo de 0°



2.- Cuando los vectores forman un ángulo de 180°

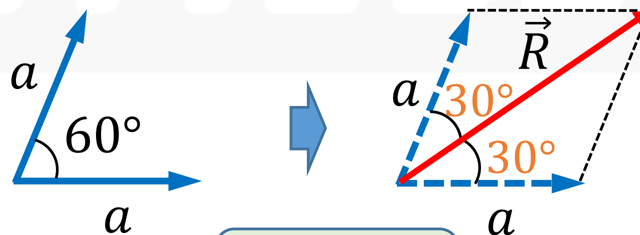


3.- Cuando forman un ángulo de 90°



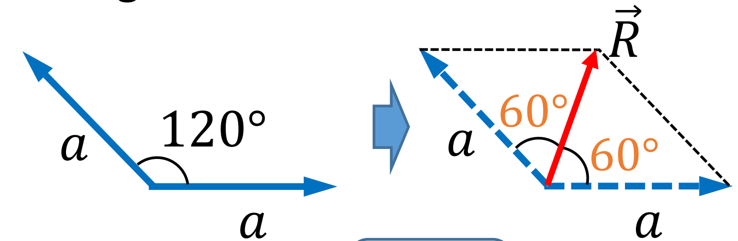
$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

4.- Cuando tienen el mismo módulo y el ángulo entre ellos es de 60°



$$R = a\sqrt{3}$$

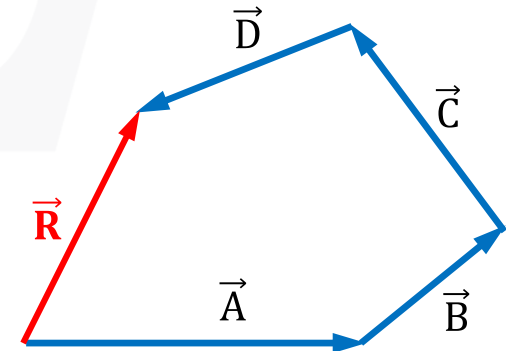
5.- Cuando tienen el mismo módulo y el ángulo entre ellos es de 120°



$$R = a$$

Método del polígono

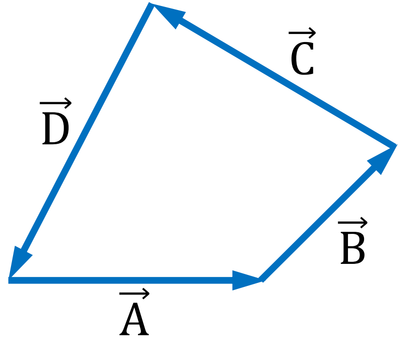
Consiste en graficar un vector seguido de otro, el vector suma es el que se obtiene al unir el principio con el final.



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

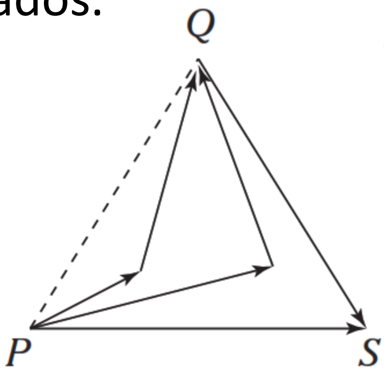
Observación:



$\vec{R} = \vec{0}$

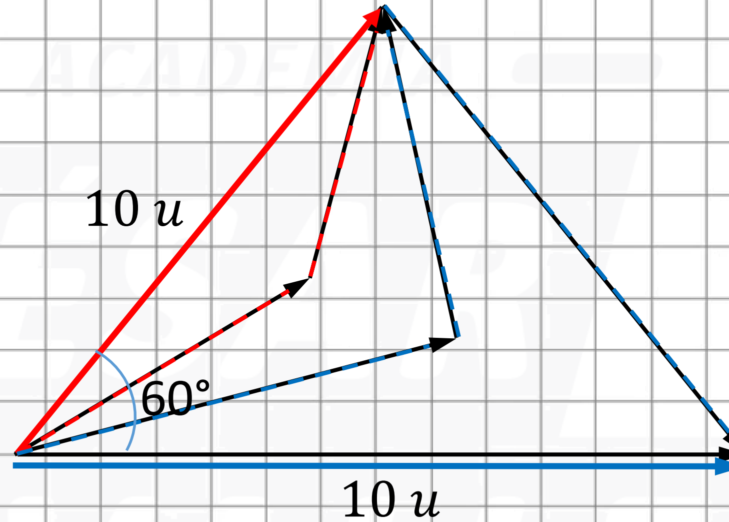
Aplicación 2:

Los puntos P, Q y S son vértices del triángulo equilátero cuyos lados miden $10\,u$. Determine el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



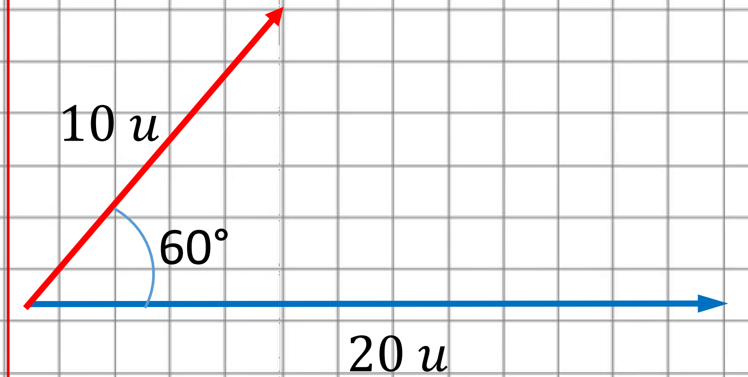
Resolución:

Piden el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



-Reemplazamos a los vectores consecutivos, por nuevos vectores (método del polígono).

-Reducimos los vectores usando los casos particulares del método del paralelogramo.



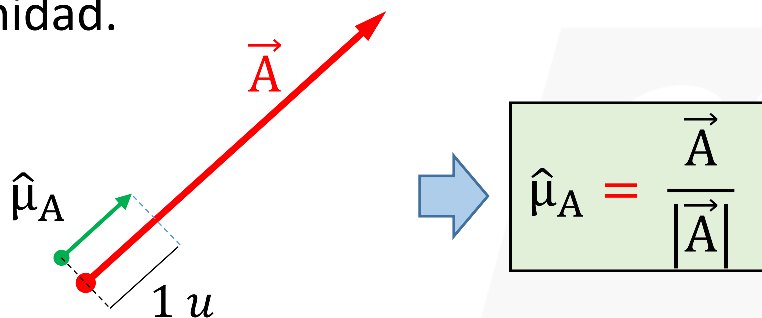
-Usamos la fórmula general del método del paralelogramo:

$$R = \sqrt{10^2 + 20^2 + 2x10x20\cos 60°}$$

$$R = 10\sqrt{7}\,u$$

Vector unitario de un vector:

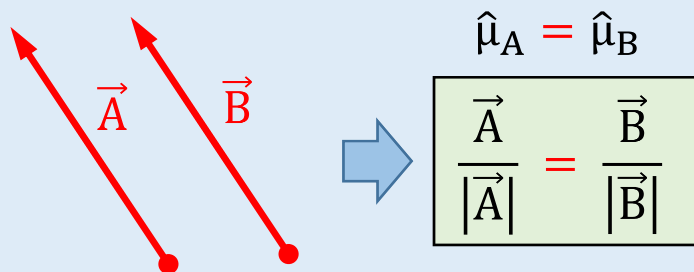
El vector unitario de un vector $\vec{A}$, denotado como $\hat{\mu}_A$, se define como aquel vector que tiene igual dirección que el vector $\vec{A}$ y cuyo módulo es la unidad.



$$\hat{\mu}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

Observación:

Dos vectores de igual dirección tienen igual vector unitario y es posible expresar uno de ellos en función del otro.

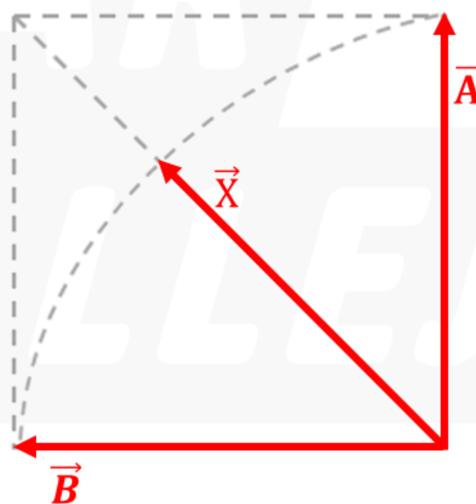


$$\hat{\mu}_A = \hat{\mu}_B$$

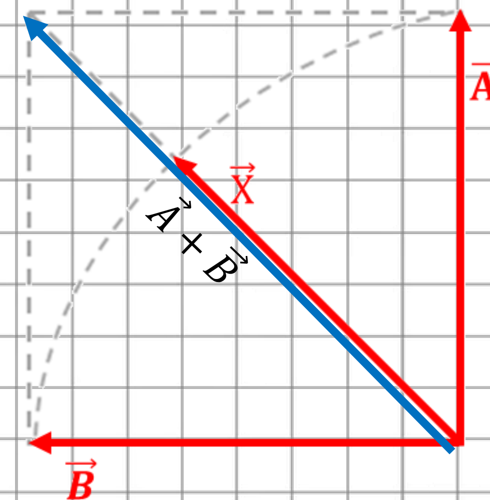
$$\frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$$

Aplicación 3:

En el gráfico se muestra un cuadrado y tres vectores de igual módulo. Exprese el vector $\vec{X}$ en función de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.



Resolución:



Como los vectores $\vec{X}$ y $\vec{A}+\vec{B}$ tiene igual dirección:

$$\hat{\mu}_X = \hat{\mu}_{A+B}$$

$$\frac{\vec{X}}{|\vec{X}|} = \frac{\vec{A}+\vec{B}}{|\vec{A}+\vec{B}|}$$

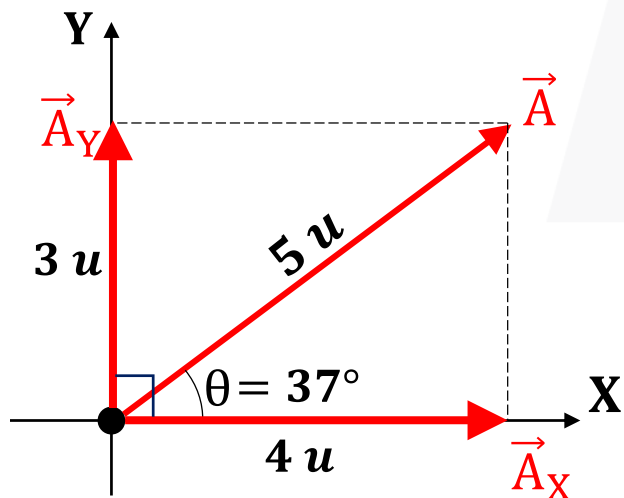
$$\frac{\vec{X}}{r} = \frac{\vec{A}+\vec{B}}{r\sqrt{2}}$$

$$\vec{X} = \frac{\vec{A}+\vec{B}}{\sqrt{2}}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Descomposición rectangular de un vector.

De la misma forma como se puede sumar dos o más vectores para obtener un vector suma. También se puede descomponer a un vector en otros dos con direcciones mutuamente perpendiculares a lo largo de los ejes X e Y.



Donde:

$\vec{A}_X$: componente en X del vector $\vec{A}$.

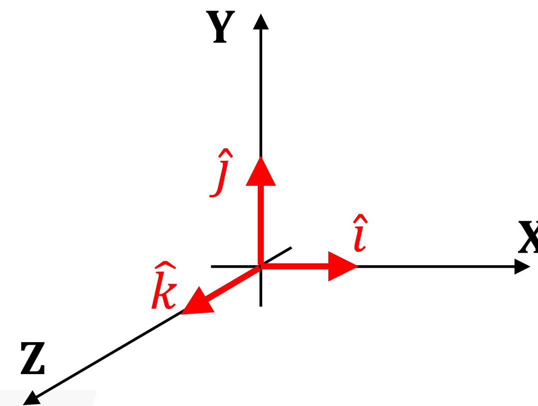
$\vec{A}_Y$: componente en Y del vector $\vec{A}$.

$$\vec{A} = \vec{A}_X + \vec{A}_Y$$

Los módulos de los vectores componentes rectangulares:

$A_X = A\cos\theta$ $\qquad$ $A_Y = A\,\text{Sen}\theta$

En general, los vectores pueden descomponerse a lo largo de los ejes X, Y y Z, y expresarse en función de los vectores unitarios $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$.



$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1\,u$$

Entonces el vector $\vec{A}$ se puede expresar como:

$$\vec{A} = \vec{A}_X + \vec{A}_Y + \vec{A}_Z \qquad \vec{A} = (A_X\,;A_Y\,;A_Z)$$

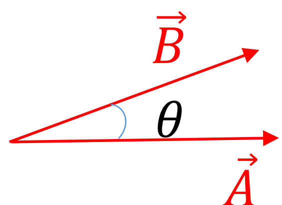
$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 0\hat{k} \qquad \vec{A} = (4\,;3\,;0)\,u$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Producto escalar (·)

También llamado producto punto o producto interno. Es una operación que consiste en obtener un número (escalar) a partir de dichos dos vectores.

Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.



Donde:

$$\vec{A} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})$$

$$\vec{B} = (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k})$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|cos\theta$$

Aplicación 4:

Los vectores $\vec{A} = 17\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}$, $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}$ y $\vec{C} = -12\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$ forman un polígono cerrado. Determina el producto escalar $\vec{B}.\vec{C}$

Resolución:

Como forman un polígono cerrado, entonces:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$$

$$\vec{B} = -(\vec{A} + \vec{C})$$

$$\vec{B} = -[(17\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}) + (-12\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})]$$

$$\vec{B} = -5\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$$

Piden: $\vec{B}.\vec{C} = (-5\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}).(-12\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})$

$$\vec{B}.\vec{C} = 84$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Producto vectorial (×)

El producto vectorial o producto cruz, es una operación entre dos vectores en un espacio tridimensional. El resultado es un vector perpendicular a los vectores que se multiplican, por lo tanto es normal al plano que los contiene.

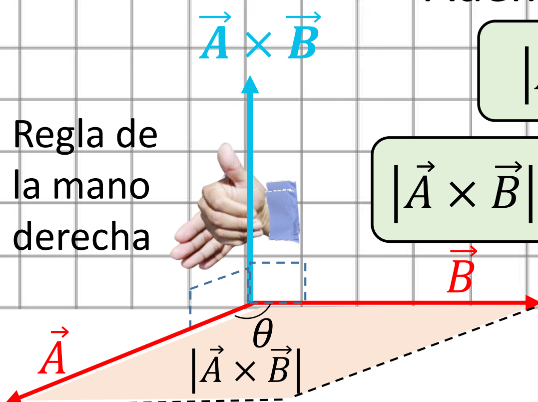
Sean los vectores

$$\vec{A} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k})$$

$$\vec{B} = (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k})$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Gráficamente:



Además:

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|sen\theta$$

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = \text{área del paralelogramo}$$

Propiedad

- $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$ (no es conmutativo)

Aplicación 5:

Sean los vectores $\vec{A} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k})$ y $\vec{B} = (\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k})$. Determine el vector unitario paralelo al vector $\vec{A}x\vec{B}$.

Resolución:

Uno de los vectores unitarios paralelos al vector $\vec{A}x\vec{B}$ será:

$$\hat{\mu}_{\vec{A}x\vec{B}} = \frac{\vec{A}x\vec{B}}{|\vec{A}x\vec{B}|} \quad \text{... (i)}$$

Sabemos que:

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{matrix}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = (3\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 6\hat{k}) - (3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k})$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = (-\hat{\jmath} + 3\hat{k})$$

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

Entonces en (i):

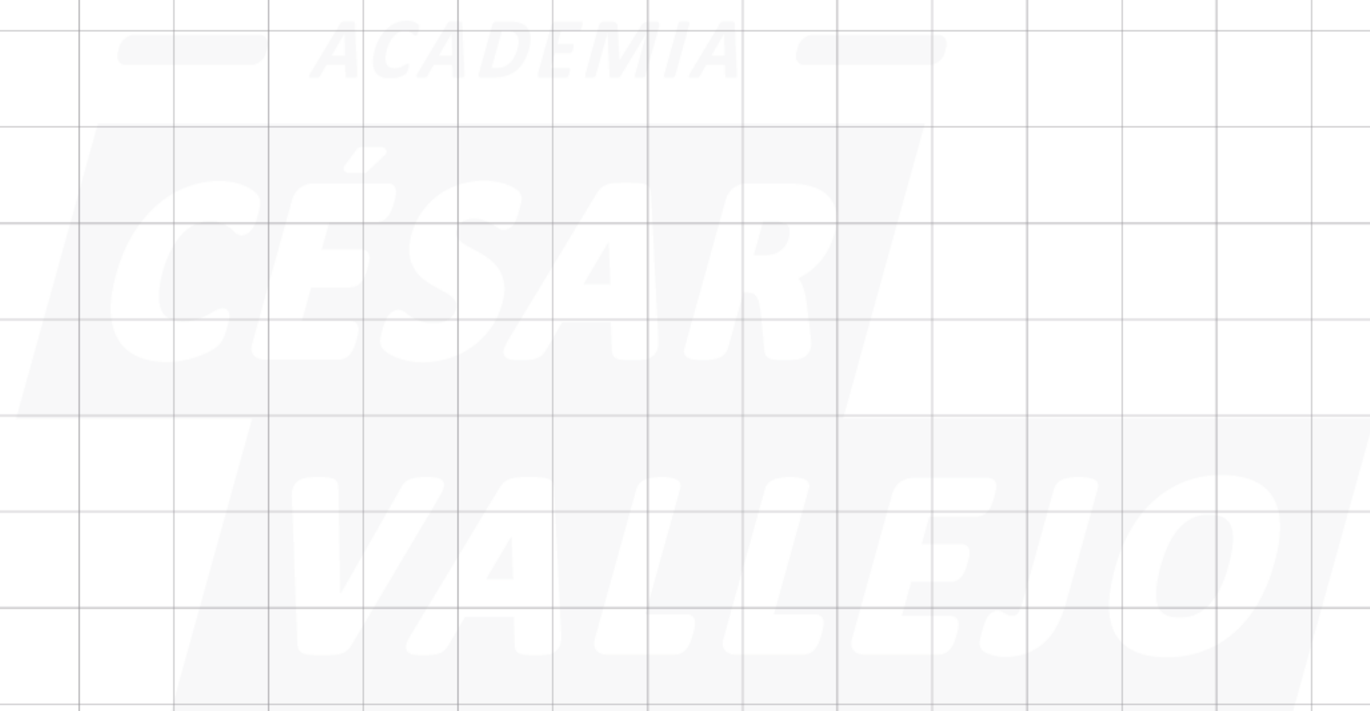
$$\hat{\mu}_{\vec{A}x\vec{B}} = \frac{-\hat{\jmath} + 3\hat{k}}{\sqrt{10}}$$

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO